ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. VI, 10 SECTIO H 1972

Instytut Ekonomii Politycznej i Planowania
Wydział Ekonomiczny UMCS

Halina URBAŃSKA

Od równowagi rynkowej do teorii produkcji (rozwój poglądów Oskara Langego)

От рыночного равновесия до теории производства (развитие взглядов Оскара Ланге)

From Market Stability to the Theory of Production

Zajmując się problematyką matematycznego rozwoju teorii równowagi ogólnej nie można pominąć w tej dziedzinie dorobku Oskara Langego. Uczony ten bowiem poświęcał tej właśnie problematyce chyba najwięcej uwagi. Równowaga ogólna, zarówno w ujęciu walrasowskim jak i marksowskim, stanowi główną oś jego wczesnych i późniejszych prac teoretycznych. Opracowanie niniejsze chciałabym poświęcić ukazaniu rozwoju problematyki badawczej i poglądów Langego na temat ogólnej równowagi ekonomicznej. Nie wdając się w precyzyjne definicje przez równowagę ogólną będę rozumiała zarówno znany system równań jednoczesnych Leona Walrasa, jak i tablice przepływów międzygałęziowych Wasyla Leontiefa, a także marksowskie równania reprodukcji prostej i rozszerzonej.

W pierwszej części szkicu pokażę skrótowo poglądy Langego na ten temat w latach trzydziestych i czterdziestych. W dalszych zaś przedstawię nieco bardziej systematycznie, dorobek Langego w przyswojeniu i rozwoju marksowskich schematów reprodukcji, zwracając szczególną uwagę na ich stosunek do tablicy Leontiefa.

I RÓWNOWAGA RYNKOWA

Lange był działaczem lewicy socjalistycznej i już od lat dwudziestych był zafascynowany Karolem Marksem. Cenił Marksa nie tylko jako jednego z najwybitniejszych myślicieli społecznych, ale jako wybitnego

ekonomistę. Przez długi jednak czas uważał, że wkład Marksa do ekonomii sprowadza się do uwzględnienia jej socjologicznego aspektu. Natomiast uważał, że wkład Marksa do tego, co Walras, a w pewnym okresie także Lange, nazywali czystą teorią ekonomii jest albo historycznie przebrzmiały, albo mało ważny. Rozwoju teorii ekonomii szukał przede wszystkim w ekonomii matematycznej i neoklasycznej. Najpełniej Lange wypowiedział się na ten temat w 1935 r. w artykule pt. *Marxian Economics and Modern Economic Theory.*[1] W artykule tym Lange dowodził, że największą zasługą ekonomii marksowskiej było wyjaśnienie podstawowych tendencji rozwojowych systemu kapitalistycznego, a w szczególności: 1) przejścia od wolnokonkurencyjnego kapitalizmu do monopolistycznego, spowodowanego wzrostem skali produkcji; 2) zastąpienia systemu laisser-faire interwencjonizmem państwowym; 3) przejścia od wolnego handlu do wysokiego stopnia protekcjonizmu; 4) wzrostu niestabilności gospodarczej systemu kapitalistycznego.

Marks zdołał stworzyć teorię rozwoju kapitalizmu tylko dzięki temu, że w istnieniu klasy ludzi pozbawionych środków produkcji dostrzegł zasadniczą cechę (według Langego datę instytucjonalno-socjologiczną), która odróżnia kapitalizm od innych ustrojów ekonomicznych.[2]

Z zakresu teorii ekonomii Lange zwrócił w *Kapitale* Marksa uwagę wyłącznie na prawo wartości, jako na uproszczoną formę równowagi rynkowej.[3] W sumie jednak marksowska teoria ekonomiczna ma niewiele do powiedzenia w zakresie problemów czysto ekonomicznych i to zarówno w odniesieniu do gospodarki kapitalistycznej, jak i (a nawet zwłaszcza) do socjalistycznej. Oto pytania Langego wskazujące na ograniczoność („zupełną bezsilność") ekonomii marksistowskiej:

„Co marksowska teoria ekonomii może powiedzieć o cenach monopolu? Co ma do powiedzenia o podstawowych problemach teorii pieniądza i kredytu? Jakie narzędzia może zaproponować dla analizy efektów opodatkowania lub wpływu niektórych innowacji technicznych na płace? Cóż wreszcie (ironia losu!) może ekonomia marksowska wnieść do problemu optymalnego rozdziału zasobów wytwórczych w gospodarce socjalistycznej."[4]

Ekonomia burżuazyjna rozwiązywała te problemy — ówczesnym zdaniem Langego — „z łatwością". Zwróćmy przy tym uwagę, że wszystkie te pytania (z wyjątkiem może ostatniego) obracają się wokół

---

[1] „Review of Economic Studies" 1935, vol. 2, nr 3. Korzystam z przekładu polskiego wypożyczonego z Zakładu Nauki i Techniki PAN.

[2] „To nie specyficzne kategorie ekonomiczne, jakimi posługiwał się Marks, ale ścisłe wyszczególnienie instytucjonalnych ram, w których odbywa się proces gospodarczy w społeczeństwie kapitalistycznym, umożliwia zbudowanie teorii rozwoju odmiennej od historycznego wyłącznie opisu" (*Ibid.*, s. 10).

[3] *Ibid.*, s. 12.

[4] *Ibid.*, s. 5.

problemów rynku i wymiany; że brak tu pytań z zakresu teorii produkcji. Poza procesy rynkowe nie wychodziły pierwsze większe studia ekonomiczne Langego, a zwłaszcza praca doktorska (*Koniunktura w życiu gospodarczym Polski 1923—1927*, Kraków 1928) oraz habilitacyjna (*Statystyczne badanie koniunktury gospodarczej*, Kraków 1931).

Bezpośrednio teoretycznej problematyce teorii równowagi ogólnej poświęcił Lange ostatnią część pracy habilitacyjnej, opublikowaną także w języku niemieckim.

Jak wskazuje sam tytuł niemieckiego artykułu [5], Lange zajął się tu stosunkiem metody Walrasa, badającego współzależność wielkiej liczby zjawisk gospodarczych do metody równowag cząstkowych, rozwijanej przez Alfreda Marshalla i jego uczniów (szkoły neoklasycznej). Lange dostrzegał następujący paradoks. Z trzech szkół kierunku subiektywistycznego (austriackiej, matematycznej czyli lozańskiej i neoklasycznej) „szkoła matematyczna zajmuje niewątpliwie pierwsze miejsce pod względem zasięgu, ogólności i ścisłości swej metody”.[6] Ale właśnie doskonałość metody i aparatu matematycznego tej szkoły, a zwłaszcza zrozumienie współzależności ogromnej liczby zjawisk gospodarczych skazywała — zdaniem Langego — tę szkołę na bezpłodność. Lange uważał, że dorobek szkoły neoklasycznej w analizie zjawisk gospodarczych był znacznie większy, chociaż jej metoda była o wiele mniej doskonała. Ten paradoks zachęcił Langego do syntezy owych metod, do udowodnienia, że teoria równowagi cząstkowej mieści się w ramach metody równowagi ogólnej (walrasowskiej). Aby tę tezę udowodnić Lange wprowadził zamknięty układ gospodarczy składający się z n elementów współzależnych ze sobą.

$$x_1 = f_1 (x_2, x_3, \ldots, x_n)$$
$$x_2 = f_2 (x_1, x_3, \ldots, x_n)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_n = f_n (x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$$

Każdy z tych elementów układu zależy od wszystkich pozostałych, ale stopień współzależności jest różny dla różnych elementów. Do mierzenia tej współzależności Lange posłużył się pojęciem współczyn-

---

[5] *Ogólna współzależność wielkości gospodarczych a metoda izolacji*. Podaję tytuł w przekładzie polskim — jak wyżej.

[6] *Neoklasyczna szkoła w ekonomice*, „Encyklopedia Nauk Politycznych”. Warszawa 1939, t. 4.

nika elastyczności cząstkowej, dla oznaczenia którego Lange przyjmuje n_{ij}, elementu x_i względem elementu x_j. Gdy wartość bezwzględna współczynnika elastyczności niektórych elementów jest bardzo mała. można przyjąć, że jest równa zeru. Te elementy można pominąć w równaniach $x_i = f(x_j)$ Metoda izolacji stosowana ostrożnie i z umiarem może służyć gromadzeniu wiedzy przybliżającej nas do poznania ogólnej zależności zjawisk.

Lange za statystykiem amerykańskim Henry Schultzem zaproponował metodę szukania wartości liczbowych określających stopień znaczenia danego elementu w układzie równowagi ogólnej. W tym widział zasadniczą różnicę między stosowaniem metody izolacyjnej (równowag cząstkowych) w szkole matematycznej a metodą izolacji stosowaną przez tzw. ekonomię literacką. Ta ostatnia naraża się na ciągłe niebezpieczeństwo abstrahowania od czynników istotnych albo przywiązywania nadmiernego znaczenia do czynników mało lub nic „nie znaczących".

Gruntowna znajomość teorii równowagi ogólnej Leona Walrasa leży u podstaw sukcesu światowego, jaki przyniosła Langemu klasyczna już dziś praca *On the Economic Theory Socialism* (1936/1937). Tylko pozornie bowiem praca ta mogłaby być zaliczana do „ekonomii literackiej", ponieważ nie ma w niej żadnych wzorów ani równań matematycznych. Bliższe przyjrzenie się wywodom Langego przekonuje, że należy ona do tradycji ekonomii matematycznej, że podstawą modelu jest metoda Walrasa.

Praca Langego była nie tyle polemiką z Ludwikiem von Misesem, który zaprzeczał w ogóle możliwości rachunku ekonomicznego w socjalizmie, co z Fryderykiem von Hayekiem, którego zarzuty nie szły tak daleko. Hayek twierdził, że biorąc zagadnienie czysto teoretycznie, centralna instytucja planująca stoi przed problemem rozwiązania systemu równań równowagi ogólnej, odkrytego przez Walrasa. Do tego systemu wchodzi jednak tak wiele niewiadomych, że w praktyce trudno sobie wyobrazić centrum zdolne do rozwiązania tego systemu równań (nie było wtedy maszyn matematycznych, z wyjątkiem arytmometrów).

Jak odpowiedział na ten zarzut Lange? Zgodził się on, że rozwiązanie systemu jednoczesnych równań w gospodarce o rozwiniętym podziale pracy znajduje się poza praktycznymi możliwościami centralnego planisty. Ale planista nie ma wcale potrzeby rozwiązywania setek tysięcy równań. Wystarczy, jeśli określi zasadnicze wielkości podziału dochodu narodowego (na akumulację i spożycie oraz poszczególne gałęzie rozwoju) oraz ustali generalne zasady produkcji obowiązujące poszczególne przedsiębiorstwo oraz powszechny trust gałęziowy. Natomiast równania walrasowskie mogą być rozwiązywane za pomocą me-

chanizmu rynkowego, podobnie jak to ma miejsce w gospodarce wolnokonkurencyjnej. Lange pisał:

„Ażeby ustalić ceny, Centralny Urząd Planowania bynajmniej nie musi posiadać «kompletnego wykazu różnych ilości wszystkich dóbr, które zostałyby kupione przy każdej możliwej kombinacji cen istniejących dóbr» ani też nie musi rozwiązywać setek tysięcy równań (jak sądzi Hayek) bądź milionów równań (jak uważa Robbins). Jedynymi «równaniami», które by trzeba było «rozwiązywać», byłyby równania konsumentów i kierowników zakładów produkcyjnych, tj. dokładnie te same równania, które rozwiązywane są przez te same kategorie osób w dzisiejszym ustroju gospodarczym. Konsumenci «rozwiązują» te równania przez wydawanie swoich dochodów w taki sposób, by z nich wydobywać maksimum użyteczności, kierownicy produkcji — przez takie kombinowanie czynników produkcji, przy których przeciętny koszt jest najmniejszy i ustalanie takich rozmiarów produkcji, przy których koszt krańcowy równa się cenie. «Rozwiązują» je metodą «kolejnych prób» robiąc (lub wyobrażając sobie) «drobne zmiany na krańcach» według wyrażenia Marshalla i obserwując wpływ, jaki te zmiany wywierają na użyteczność czy na koszt produkcji." [7]

W gospodarce socjalistycznej mechanizm ustalania równowagi polegałby więc na tym, że CUP przyjmowałby jakiś system cen, np. historycznie odziedziczony, a później na podstawie obserwacji odchyleń korygowałby je co pewien czas. Na tym miała polegać metoda „kolejnych prób".

„«Każdy błąd» popełniony przez Centralny Urząd Planowania przy ustalaniu cen przedstawiałby się w sposób obiektywny, a mianowicie przez fizyczny brak lub nadmiar danego dobra lub czynnika produkcji i należałoby go skorygować w celu zapewnienia normalnego biegu produkcji." [8]

Nietrudno zauważyć, że zarówno sposób rozumowania, jak i zaproponowany mechanizm wywodzą się ze szkoły matematycznej. Uwypuklił to sam Lange, gdy po trzydziestu latach skorygował on swoje poglądy w związku z rozwojem maszyn elektronowych. Przy tej okazji Lange opisał bardziej precyzyjnie procedurę matematyczną, która jest ta sama, zarówno w przypadku wykorzystywania działania rynku, jak i nowoczesnej maszyny liczącej.[9]

---

[7] O. Lange: *O teorii ekonomicznej gospodarki socjalistycznej* [w:] O. Lange: *Pisma ekonomiczne i społeczne 1930—1960*, Warszawa 1961, s. 103—104.

[8] *Ibid.*, s. 101.

[9] „Gdybym dzisiaj zamierzał ponownie napisać mój artykuł — pisał Lange — moje zadanie byłoby znacznie łatwiejsze. Moja odpowiedź Hayekowi i Robbinsonowi brzmiałaby: na czym polega trudność? Zaprogramujmy układ jednoczesnych równań na elektronowej maszynie liczącej i otrzymamy odpowiedź w niecałą sekundę. Proces rynkowy ze swą uciążliwą metodą prób i błędów wydaje się przestarzały. Może on być traktowany jako urządzenie rachunkowe wieku przedelektronowego [...]. Mechanizm rynkowy i metoda prób i błędów proponowane w mym artykule w rzeczywistości spełniały rolę urządzenia rachunkowego dla rozwiązania systemu jednoczesnych równań [...]. Ten sam proces może być zrealizo-

Zwróćmy uwagę, że nie tylko we wcześniejszych omawianych tu pracach, ale i w studium o gospodarce socjalistycznej, podejście Langego było zasadniczo mikroekonomiczne. Albowiem zasadniczym czynnikiem dochodzenia do równowagi ogólnej pozostało zachowanie się jednostki gospodarującej (przedsiębiorstwa i konsumenta). Suma równowag tych jednostek miała dać w założeniu równowagę całej gospodarki narodowej. Lange unikał tu nadal pojęć agregatowych.

Następne lata (1936—1947), które Lange spędził w USA, przyniosły rozwój metody makroekonomicznej. W ekonomii niemarksistowskiej zasadniczego wyłomu dokonał J. M. Keynes, którego „rewolucja" polegała na wprowadzeniu do analizy takich wielkości ekonomicznych, jak dochód narodowy, oszczędności, konsumpcja, inwestycje. Odpowiadało to zresztą wzrostowi interwencjonizmu państwowego, a więc roli tych procesów, które muszą być z natury rzeczy analizowane w makroskali.

W pracach Langego pojawiają się w tym okresie elementy podejścia makroekonomicznego, zwłaszcza w odniesieniu do pełnego zatrudnienia. Ale dopiero zetknięcie się z praktycznymi problemami gospodarki planowej w Polsce i innych krajach, które weszły na drogę socjalistyczną, skłoniły Langego do przyjęcia w swoich badaniach metody makroskali i porzucenia mikroekonomicznego punktu widzenia. Jednocześnie problemy rynku i wymiany zaczęły ustępować problemom teorii z zakresu produkcji i reprodukcji. Punktem wyjścia dla tych problemów stały się teraz schematy reprodukcji Marksa.

Po raz pierwszy Lange dał wyraz nowej metodzie podejścia w referacie *Praktyka planowania gospodarczego a optymalne alokacje zasobów*, wygłoszonym w 1947 r. na konferencji Międzynarodowego Towarzystwa Ekonometrycznego. Dając w tym referacie zwięzły przegląd zasad systemu planowania gospodarczego krajów Europy wschodniej w okresie powojennym oraz konfrontując ten system z teorią dobrobytu i ogólnymi założeniami planowania gospodarczego Lange skupił swoją uwagę na makroekonomicznych decyzjach centrum. Wywołało to zdziwienie jednego z uczestników dyskusji, czołowego ekonomisty francuskiego, F. Perroux. Powiedział on wtedy:

---

wany przy pomocy analogowej maszyny elektronowej, która naśladuje proces iteracji zawarty w metodzie prób i błędów mechanizmu rynkowego. Taki analog elektronowy [serwo-mechanizm] naśladuje działanie rynku. Twierdzenie to jednakże może być odwrócone: to rynek naśladuje analogową elektronową maszynę liczącą. Innymi słowy, można uważać rynek za *sui generis* maszynę liczącą, która służy rozwiązaniu systemu jednoczesnych równań" (O. Lange: *O socjalizmie i gospodarce socjalistycznej*, Warszawa 1966, s. 449—450).

„Stwierdzam, że ten teoretyk socjalistyczny całkowicie zmienił swoją metodę. Kiedyś próbował on wykazać, że gospodarka socjalistyczna może funkcjonować prawie tak samo jak gospodarka rynkowa, w oparciu o rachunek ekonomiczny odosobnionych jednostek (zasada kosztu krańcowego). Obecnie opiera on swoją tezę na decyzjach makroekonomicznych państwa.” [10]

Następnym dokumentem dającym świadectwo metodzie makroskali były napisane przez Langego prawdopodobnie na przełomie 1947/1948 r., lecz dotychczas nie opublikowane *Uwagi o memorandum w sprawie błędnych metod opracowania planu gospodarczego na r. 1948 przez Centralny Urząd Planowania.* W *Uwagach* tych Lange przyjął za podstawę teorii dochodu narodowego marksowskie schematy reprodukcji. W centrum ówczesnej dyskusji (CUP-owskiej) stały jednak problemy o b l i c z a n i a dochodu narodowego i czytając te *Uwagi* trudno stwierdzić, czy Lange dostrzegł już wówczas dużą wagę tej konstrukcji Marksa dla teorii gospodarki socjalistycznej.

Dopiero w pracy na temat przepływów międzygałęziowych Leontiefa w 1955 r. Lange zainteresował się schematem reprodukcji Marksa jako podstawą teorii produkcji. Zajmiemy się tym bardziej szczegółowo omawiając kilka późniejszych prac Langego.

II. TABLICE LEONTIEFA A SCHEMATY MARKSA

Ostatni etap zainteresowań Langego probemami równowagi ogólnej związany jest ściśle z analizą nakładów i wyników produkcji, którą rozwinął Wasily Leontief. Jednocześnie w tej fazie swojej twórczości Lange dostrzegał znaczenie teorii Marksa jako teorii ekonomicznej. Dla Langego schematy reprodukcji Marksa są podstawą teoretyczną z jednej strony bilansów socjalistycznej gospodarki narodowej, z drugiej tablicy przepływów międzygałęziowych. Metoda input-output jest konkretyzacją głównych idei Marksa dotyczących powiązań międzydziałowych w procesie reprodukcji produktu społecznego. Tezy tej dowodził Lange w wielu swoich pracach. We *Wstępie do ekonometrii, Analizie bilansu nakładów i wyników produkcji, Wstępie do cybernetyki ekonomicznej* oraz *Teorii reprodukcji i akumulacji* problem wzajemnego stosunku schematów reprodukcji Marksa i tablic przepływów międzygałęziowych Leontiefa odgrywa pierwszorzędne znaczenie. Przed pokazaniem dowodu Langego na istnienie ścisłej analogii pomiędzy zależnościami otrzymanymi przez Marksa i Leontiefa w dziedzinie równowagi ekonomicznej krótko przypomnę — zresztą za Langem i z pomocą jego symboliki — na czym polegają owe zależności.

[10] O. L a n g e: *The Practice of Economic Planning and the Optimum Allocation of Resources.* Dyskusja „Econometrica” vol. 17. Korzystam z maszynopisu przekładu polskiego — jak wyżej.

Marksowska analiza reprodukcji opiera się na założeniu, że wartość produktu społecznego P w okresie pewnego czasu składa się z trzech części: z wartości środków produkcji zużytych w ciągu tego okresu czasu, tj. kapitału stałego c, z wartości siły roboczej zaangażowanej w procesie produkcji, tj. kapitału zmiennego v oraz wartości dodatkowej m. Czyli $P = c + v + m$, gdzie c — fundusz odtworzenia zużytych środków produkcji a $v + m$ — całkowita wartość dodana (dochód narodowy). Marks dzieli całą gospodarkę narodową na dwa działy: pierwszy dział produkujący środki produkcji oraz drugi produkujący środki konsumpcji. Czyli:

$P_1 = c_1 + v_1 + m_1$ produkcja środków produkcji
$P_2 = c_2 + v_2 + m_2$ produkcja środków konsumpcji
$P = c + v + m$ produkcja całej gospodarki narodowej

W przypadku gospodarki statycznej całkowity popyt na środki produkcji $P_1 = c_1 + c_2$, a całkowity popyt na środki konsumpcji $P_2 = v_1 + v_2 + m_1 + m_2$. Reprodukcja prosta zakłada, że produkt globalny zawiera tyle środków produkcji, ile jest potrzebne na odnowę zużytych środków produkcji:

$$c_1 + c_2 = c_1 + v_1 + m_1$$

skąd

$$c_2 = v_1 + m_1$$

oraz całkowite zapotrzebowanie na środki konsumpcji jest równe produkcji tych środków:

$$v_1 + v_2 + m_1 + m_2 = c_2 + v_2 + m_2$$

czyli

$$v_1 + m_1 = c_2$$

Zależność $c_2 = v_1 + m_1$ jest równaniem równowagi przepływów między dwoma działami gospodarki narodowej w przypadku reprodukcji prostej.

W podobny sposób można ustalić warunek równowagi procesu reprodukcji w przypadku gospodarki rozwijającej się. W gospodarce rozwijającej się nie cały produkt dodatkowy m jest konsumowany. Część nieskonsumowana przeznaczona jest na akumulację. Ta z kolei przeznaczona jest na zwiększenie kapitału stałego m_c oraz kapitału zmiennego m_v. Czyli produkt dodatkowy m składa się z akumulacji i części konsumowanej $\bar{m}$. Czyli $m = m_c + m_v + \bar{m}$. W związku z tym strukturę produktu globalnego obu działów gospodarki narodowej można przedstawić w następujący sposób:

$$\text{I} \quad c_1 + v_1 + m_{1c} + m_{1v} + \bar{m}_1 = P_1$$

$$\text{II} \quad c_2 + v_2 + m_{2c} + m_{2v} + \bar{m}_2 = P_2$$

Całkowite zapotrzebowanie na środki produkcji jest równe sumie środków produkcji przeznaczonych na odtworzenie środków produkcji zużytych w procesie produkcji w obu działach oraz na rozszerzenie produkcji.

$$c_1 + v_1 + m_{1c} + m_{1v} + \overline{m}_1 = c_1 + c_2 + m_{1c} + m_{2c}$$

a stąd

$$v_1 + m_{1v} + \overline{m}_1 = c_2 + m_{2c}$$

Całkowite zapotrzebowanie na środki konsumpcji równa się łącznemu funduszowi płac i łącznemu przyrostowi funduszu płac oraz łącznej wartości dodatkowej skonsumowanej w obu działach. Czyli:

$$c_2 + v_2 + m_{2c} + m_{2v} + \overline{m}_2 = v_1 + v_2 + m_{1v} + m_{2v} + \overline{m}_1 + \overline{m}_2$$

a stąd

$$c_2 + m_{2c} = v_1 + m_{1v} + \overline{m}_1$$

Zależność $c_2 + m_{2c} = v_1 + m_{1v} + \overline{m}_1$ stanowi warunek równowagi przepływów międzydziałowych w przypadku reprodukcji rozszerzonej.

Podczas gdy Marks dzielił gospodarkę narodową na dwa (lub trzy) działy, Leontief dzieli ją na większą liczbę gałęzi gospodarki narodowej. Leontief dzielił gospodarkę narodową na n gałęzi, których produkty globalne oznacza się przez X_i $(i = 1, 2, ..., n)$, produkty końcowe tych gałęzi przez x $(i = 1, 2, ..., n)$, siłę roboczą zatrudnioną w tych gałęziach x_{0i}, a siłę roboczą zatrudnioną poza produkcją przez x_o. Przepływy z gałęzi i-tej do j-tej oznacza się przez x_{ij}. Tablicę Leontiefa można przedstawić następująco:

v_i	x_{01}	x_{02}	x_{0n}	x_0	X_0
	x_{11}	x_{12}	x_{1n}	x_1	X_1
	....	....	....		
c_i	....	....	....		
	....	....	....		
	x_{n1}	x_{n2}	x_{nn}	x_n	X_n
m_i	m_1	m_2	m_n		
	X_1	X_2	X_n		

Źródło: O. Lange, *Teoria reprodukcji i akumulacji*, Warszawa 1965, s. 62.

Między wielkościami występującymi w tej tablicy zachodzi szereg związków. Suma przepływów z danej gałęzi do innej w każdym wierszu tablicy oraz produktu końcowego równa się produktowi globalnemu odpowiedniej gałęzi. Są to tzw. równania bilansowe produkcji:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + x_i$$

a dla siły roboczej:

$$X_o = \sum_{j=1}^{n} x_{oj} + x_o \quad \text{(równanie bilansowe siły roboczej)}$$

Siła robocza zatrudniona w całej gospodarce n równa się sumie siły roboczej zatrudnionej w n gałęziach gospodarki narodowej oraz zatrudnionej poza produkcją.

Jeżeli wielkości tablicy wyrażone są w jednostkach pieniężnych, można także sumować wielkości poszczególnych kolumn. Sumując wyrazy dowolnej kolumny i-tej otrzymujemy koszt produkcji działu j-tego złożony z nakładów siły roboczej x_{oj} oraz z nakładów na środki produkcji. Ponieważ wartość produktu jest z zasady większa od nakładów powstaje pewna nadwyżka, czyli zysk m_j

$$X_j = \sum_{j=1}^{n} x_{ji} + x_{oj} + m_j$$

(są to tzw. równania nakładów produkcji lub kosztów).

Przyrównując do siebie prawe strony równań bilansowych produkcji oraz nakładów produkcji otrzymamy równanie równowagi przepływów międzygałęziowych:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ji} + x_{oj} + m_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}' + x_i \, (i = 1,2,...,n;\ j = 1,2,...n)$$

Po obu stronach występują te same wyrazy x_{ii}, usuwając je otrzymamy:

$$\sum_{j \neq i} x_{ji} + x_{oj} + m_j = \sum_{i \neq j} x_{ij} + x_i$$

Równania równowagi przepływów międzygałęziowych oznaczają, że dla każdej gałęzi produkcji wartość produktów, którą dana gałąź pobiera z innych gałęzi plus wartość siły roboczej plus zysk jest równa wartości produktów, którą dana gałąź oddaje innym gałęziom plus produkt końcowy danej gałęzi.

Po krótkiej charakterystyce schematów reprodukcji Marksa i tablicy przepływów międzygałęziowych Leontiefa oraz przedstawieniu zależności, jakie wynikają z tych konstrukcji teoretycznych, można przejść do

wywodów Langego na temat podobieństwa schematów Marksa i tablicy Leontiefa. Według Langego analiza wyników i nakładów produkcji Leontiefa jest jedynie rozszerzeniem schematów reprodukcji Marksa. Tablice nakładów i wyników produkcji przeznaczone są do badania powiązań między większą liczbą gałęzi gospodarki narodowej niż schematy reprodukcji produktu społecznego Marksa.[11]

W przypadku analizy Leontiefa, gdyby przyjąć, że gospodarka narodowa składa się tylko z dwu wyspecjalizowanych gałęzi (jedna w produkcji środków produkcji, druga środków konsumpcji) można dojść do identycznych zależności, do jakich doszedł Marks.

Lange przeprowadził tego rodzaju przekształcenie zarówno dla gospodarki statycznej, jak i rozwijającej się.

Dla gospodarki narodowej statycznej składającej się tylko z dwu wyspecjalizowanych gałęzi tablica nakładów i wyników przyjmie następującą postać:

x_{01}	x_{02}	x_0	X_0
x_{11}	x_{12}	x_1	X_1
x_{21}	x_{22}	x_2	X_2
m_1	m_2		
X_1	X_2		

Można łatwo wykazać, że ogólne równania równowagi przepływów międzygałęziowych w relacji Leontiefa sprowadzają się do warunku równowagi procesu reprodukcji ustalonego przez Marksa. Równanie równowagi przepływów między dwiema gałęziami przyjmie postać:

$$x_{01} + x_{11} + x_{21} + m_1 = x_{11} + x_{12} + x_1$$

Po zredukowaniu oraz przyjęciu, że $x_{21} = 0$ (produkcja działu środków konsumpcji nie służy jako środek produkcji dla działu środków produkcji) oraz $x_1 = 0$ (w dziale I nie ma akumulacji) równanie to przyjmie postać:

$$x_{01} + m_1 = x_{12}$$

[11] O. Lange: *Analiza bilansu nakładów i wyników produkcji* [w:] O. Lange: *Pisma ekonomiczne i społeczne*, Warszawa 1961, s. 317.

Powyższe równanie równowagi przepływów między dwiema gałęziami w relacji Leontiefa po przyjęciu oznaczeń Marksa jest warunkiem rownowagi reprodukcji prostej.[12]

$$x_{01} = v_1 \qquad\qquad m_1 = m_1 \qquad\qquad x_{12} = c_2 \qquad\qquad v_1 + m_1 = c_2$$

Sposób otrzymywania równań równowagi przepływów oraz równania równowagi procesu reprodukcji jest taki sam. W obu przypadkach — przez zrównanie wartości produktu danej gałęzi i jego podziału według gałęzi, przy wyeliminowaniu po obu stronach równości tej części produktu, która pozostaje wewnątrz gałęzi.

W podobny sposób Lange wykazał podobieństwo między relacjami Leontiefa i Marksa w przypadku gospodarki rozwijającej się. W tym celu Lange podzielił produkt końcowy każdej gałęzi x_i na dwie części: część przeznaczoną na konsumpcję x'_i i część przeznaczoną na inwestycje x''_i. Czyli $x_i = x'_i + x''_i$. Przyjął również, że wartość dodatkowa wytworzona w danej gałęzi m_i jest w części konsumowana $\overline{m}_i$, a w części zużywana na zatrudnienie dodatkowej siły roboczej m_{io} oraz na powiększanie środków produkcji w danej gałęzi x'_i. Czyli:

$$m_i = \overline{m}_i + m_{io} + x'_i$$

Jeżeli przyjmiemy, że gospodarka składa się z dwu gałęzi, to odpowiednia tablica nakładów i wyników przyjmie postać:

X_0	x_{01}	x_{02}	x'_{01}	x'_{02}	x''_0
X_1	x_{11}	x_{12}	x'_1		x''_1
X_2	x_{21}	x_{22}	x'_2		x''_2
	$\overline{m}_1$	$\overline{m}_2$			
	m_{10}	m_{20}			
	x'_1	x'_2			
	X_1	X_2			

Równanie równowagi przepływów dla tej tablicy przyjmie postać:

$$x_{11} + x_{12} + x'_1 + x''_1 = x_{11} + x_{21} + \overline{m}_1 + m_{10} + x'_1 + x_{01}$$

a stąd

$$x_{12} + x''_1 = x_{01} + x_{21} + m_{10} + x'_1 + \overline{m}_1$$

[12] O. Lange: *Teoria reprodukcji...*, s. 65, 66.

Podobnie jak w przypadku gospodarki statycznej $x_{21} = 0$. Używając oznaczeń jak poprzednio:

$$x_{01} = v_1 \qquad x_{02} = v_2 \qquad x''_1 = m_{21}$$

$$x_{11} = c_1 \qquad x_{12} = c_2 \qquad m_{10} = m_{1v}$$

otrzymujemy taką postać równania:

$$c_2 + m_{2c} = v_1 + m_{1v} + \overline{m}_1$$

Równanie to jest identyczne z równaniem równowagi procesu reprodukcji rozszerzonej Marksa.[13]

Podsumowując powyższe rozważania Lange twierdził:

„Bilans nakładów i wyników produkcji jest więc konkretyzacją schematów reprodukcji Marksa. Ogólna myśl Marksa o konieczności bilansowania wymiany produktów między poszczególnymi działami gospodarki narodowej, w celu zapewnienia niezakłóconego przebiegu procesu produkcji i reprodukcji, została tutaj zastosowana do powiązań między dużą liczbą gałęzi gospodarki narodowej.”[14]

Kontynuując swe studia nad omawianym tu kompleksem zagadnień O. Lange przedstawił w bardzo ciekawy sposób zarówno schematy reprodukcji, jak tablicę Leontiefa w cybernetycznych kategoriach transformacji i regulacji.[15]

We *Wstępie do cybernetyki ekonomicznej* O. Lange zajął się między innymi cybernetyczną interpretacją schematów reprodukcji Marksa oraz tablicy nakładów i wyników produkcji Leontiefa. Do analizy schematów reprodukcji prostej Lange wprowadził współczynnik nakładów środków produkcji $a_c = \frac{c}{P}$ oraz współczynnik nakładów pracy żywej $a_{v+m} = \frac{v+m}{P}$. Wprowadzając te współczynniki odpowiednio do równań marksowskich w przypadku reprodukcji prostej otrzymamy:

$$P_1 = a_{1_c} P_1 + (v + m_1)$$

$$P_2 = c_2 + a_{2\,(v+m)} P_2$$

Warunkiem równowagi procesu reprodukcji prostej jest jak pamiętamy równość:

$$c_2 = v_1 + m_1$$

Równanie reprodukcji prostej odpowiednio należy przekształcić:[16]

---

[13] O. Lange: *Analiza bilansu...*, s. 320, 321.

[14] *Ibid.*, s. 322.

[15] O. Lange: *Wstęp do cybernetyki ekonomicznej*, Warszawa 1965. Była to ostatnia książka napisana przed śmiercią. Również pracując nad drugim tomem *Ekonomii politycznej* podjął próbę ponownego przedstawienia problematyki reprodukcji w kategoriach cybernetycznych. Por.: O. Lange: *Ekonomia polityczna*, t. II, Warszawa 1966, rozdz. IV (niestety nieukończony).

[16] Przekształcenie to ma na celu przedstawienie zależności Marksa w postaci analogicznej do podstawowego wzoru teorii regulacji: $y = \frac{1}{1 - SR} S_x$, gdzie

$$P_1 - a_{1c} P_1 = v_1 + m_1$$

$$P_1 (1 - a_{1c}) = v_1 + m_1$$

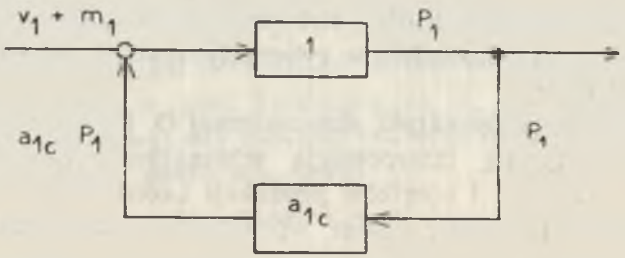
$$P_1 = \frac{1}{1 - a_{1c}} (v_1 + m_1)$$

$$P_2 - a_{2\,v+m)} P_2 = c_2$$

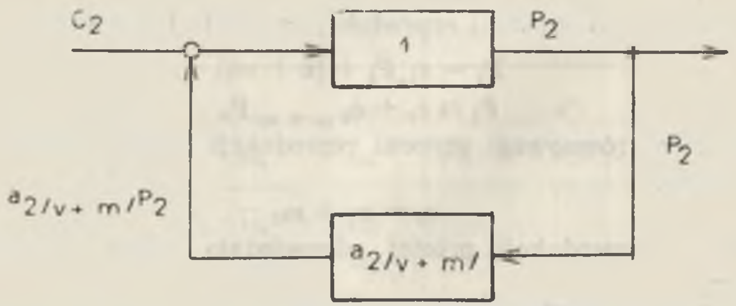
$$P_2 (1 - a_{2(v+m)}) = c_2$$

$$P_2 = \frac{1}{1 - a_{2(v+m)}} C_2$$

Przekształcone wzory na wielkość produkcji globalnej środków produkcji oraz środków konsumpcji mogą służyć do przedstawienia transformacji w układzie regulacji. Schemat blokowy tego układu dla działu I wygląda następująco:



Ze schematu wynika, że praca żywa $v_1 + m_1$ przekształca się na produkt działu I P_1, przy czym jest to transformacja identyczności. Do



$\frac{1}{1-SR}$ wyraża sprzężenie zwrotne w układzie regulacji oraz określa działanie regulatora, a S określa działanie układu regulowanego. Wzór $y = \frac{1}{1-SR} S_x$ pokazuje związek zachodzący między stanem wejścia układu regulowanego S po uwzględnieniu poprawki, jaką wnosi regulator R. (Por.: O. Lange: *Wstęp do cybernetyki ekonomicznej*, Warszawa 1965, s. 29).

układu włączony jest regulator o operatorze proporcjonalności a_{1c}, który oznacza, że część produktu P_1 musi być przeznaczona na odtworzenie zużytych środków produkcji.

Interpretacja drugiego schematu jest analogiczna do poprzedniego. Środki produkcji C_2 przekształcają się identycznie w produkt P_2. Część tego produktu zostaje zatrzymana w tym dziale na odtworzenie siły roboczej. Następuje tu transformacja odpowiadająca sprzężeniu zwrotnemu układu regulującego o operatorze proporcjonalności $a_{2(v+m)}$.[17]

W podobny sposób Lange przedstawił w cybernetycznych kategoriach proces reprodukcji dla gospodarki narodowej składającej się z n gałęzi. Jak pamiętamy, równania bilansowe produkcji tablicy przepływów międzygałęziowych mają postać:

$$X_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + x_i$$

a równanie nakładów produkcji:

$$X_i = x_{1i} + x_{2i} + \ldots + x_{ni} + x_{oi} + m_i$$

Równość ostatniego typu ma strukturę identyczną jak struktura równości występująca w schematach Marksa. Lange wprowadził do analizy jak poprzednio współczynniki nakładów środków produkcji $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$ Wprowadzając te współczynniki równania nakładów produkcji można wyrazić następująco:

$$X_i = a_{1i} X_i + a_{2i} X_i + \ldots + a_{ni} X_i + x_{oi} + m_i$$

stąd:

$$X_i - a_{1i} X_i - a_{2i} X_i - \ldots - a_{ni} X_i = x_{oi} + m_i$$

$$X_i [1 - (a_{1i} + a_{2i} + \ldots + a_{ni})] = x_{oi} + m_i$$

$$X_i = \frac{1}{1 - (a_{1i} + a_{2i} + \ldots + a_{ni})} (x_{oi} + m_i)$$

Jeśli sumę $a_{1i} + a_{2i} + \ldots + a_{ni}$ oznaczymy przez a_i, a x_{oi} przez v otrzymamy:

$$X_i = \frac{1}{1 - a} (a_i + m_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Wzór ten jest analogiczny do wzoru odpowiadającego transformacji otrzymanej na podstawie reprodukcji prostej Marksa.

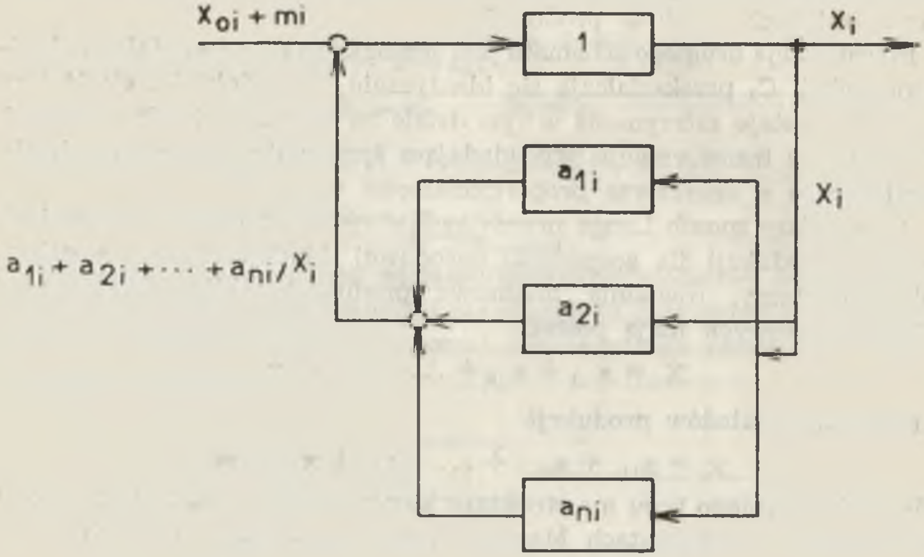
Transformację określoną wzorem:

$$X_i = \frac{1}{1 - (a_{1i} + a_{2i} + \ldots + a_{ni})} (x_{oi} + m_i)$$

---

17 *Ibid.*, s. 55.

można przedstawić w cybernetyczny schemat blokowy w sposób następujący: [18]



Przy kreśleniu tego schematu korzystamy z twierdzenia o sumie operatorów.[19] Ze schematu wynika, że suma $x_{oi} + m_i$ przekształca się identycznie w produkt X_i. Część produktu zostaje zatrzymana w *i*-tym dziale. Następuje tu transformacja odpowiadająca sprzężeniu zwrotnemu *n* równolegle włączonych regulatorów o operatorach proporcjonalności równych a_{1i}, a_{2i}, ..., a_{ni}.

Wczesne prace Langego (z lat trzydziestych) wskazują, że Lange jednostronnie odczytał teorie Walrasa, skupiając swą uwagę na procesach rynkowo-wymiennych, nie zwracał natomiast uwagi na istniejące u Walrasa elementy teorii produkcji.

Zajęcie się problematyką reprodukcji, programowania, przepływów międzygałęziowych musiało prowadzić Langego do innego spojrzenia na Walrasa. Już w pierwszym tomie *Ekonomii politycznej* Lange zwrócił uwagę, że w przeciwieństwie do innych twórców kierunku subiektywistycznego, twórca szkoły lozańskiej: „obiektywnym technicznym wa-

---

[18] *Ibid.*, s. 62.

[19] Definicję sumy operatorów można zapisać następująco: $(T_1 + T_2 + ... + T_n)X = T_1X + T_2X + ... + T_nX$. Oznacza to, że suma operatorów T_1, T_2, ..., T_n zastosowana do X, daje ten sam wynik, co zastosowanie poszczególnych operatorów do X oraz dodanie otrzymanych wyników. Sumę operatorów *n* w schemacie cybernetycznym przedstawia się za pomocą *n* układów sprzężonych równoległych. (Por.: L a n g e: *Wstęp do cybernetyki...*, s. 42, 46).

runkom produkcji przypisuje zasadniczą rolę". Zdaniem Langego Walras analizował stosunki produkcji, reprodukcji w sposób zbliżony do ekonomii klasycznej.[20] Żałować należy, że pisząc swe bardziej specjalistyczne prace Lange nie powrócił do tej części dorobku Walrasa. Zwraca na przykład uwagę, że we *Wstępie do ekonometrii* Walras występuje jeszcze tylko jako jeden z autorów matematycznego sformułowania prawa popytu i podaży. W konsekwencji, w pracach Langego nie znajdujemy próby porównania koncepcji równowagi ogólnej L. Walrasa z tablicami Leontiefa, na którą ten ostatni tak chętnie się powołuje. Nie znajdujemy tym bardziej próby porównania marksowskich schematów reprodukcji z równaniami równowagi Walrasa. Tym zagadnieniem (Walras a Leontief) zajął się (prawdopodobnie jako pierwszy) Robert E. Kuenne.[21] Jest to jednak zadanie bardzo trudne, wykraczające poza ramy niniejszego szkicu.

РЕЗЮМЕ

Статья посвящается развитию взглядов Оскара Ланге на тему общего экономического равновесия. Она состоит из 2 частей. В первой части рассматриваются взгляды О. Ланге на проблемы общего равновесия в 30—40 годы, во второй — его труды по усвоению и развитию марксистских схем воспроизводства. Обращается особое внимание на их отношение к таблицам Леонтьева.

В раннем периоде творчества О. Ланге общее равновесие было равновесием вальрасовского типа. Оно касалось, в основном, рыночных процессов. Основным фактором, необходимым для достижения общего равновесия, было сохранение хозяйственной единицы. Исходя из этого, сумма равновесий этих единиц должна дать равновесие всему народному хозяйству. Таким образом, метод, которым в то время пользовался О. Ланге, был микроэкономическим методом.

Только изменения, происходящие в теории экономии под влиянием Кейнеса, а также знакомство Ланге с практическими проблемама планового народного хозяйства Польши и других социалистических стран склонили его к принятию в своих исследованиях метода макрошкалы. Одновременно проблемы рынка и обмена начали отходить на задний план, а первое место в исследованиях Ланге заняли проблемы теории производства и воспроизводства. Исходным пунктом для этих проблем послужили схемы воспроизводства Маркса.

---

21 R. E. Kuenne: *Walras, Leontief, and the Interdependence of Economic Activities*, „Quarterly Journal of Economics" August 1954, s. 323—354.

20 Por.: O. Lange: *Ekonomia polityczna*, t. I, Warszawa 1963, s. 257. Por.: O. Lange: *Ekonomia polityczna*, t. II, Warszawa 1966, s. 99, 109.

SUMMARY

The aim of the study is to show the progress of Oscar Lange's views on the general economical stability. It is composed of two parts. The first discusses Oscar Lange's views on the general stability in the thirties and forties, the second shows his output in the assimilation and development of Marxist schemata of reproduction, taking special notice of their relation to Leontief's table.

Oscar Lange's earlier compositions on general stability were similar to those of Walras. They concerned mainly market processes. The vital factor of realising the general stability was the behaviour of the managing unit. The total stabilities within these units were to establish stability in the national economy. The method which used was therefore micro-economical.

Not until changes were made in the theory of economy by the influence of J. M. Keynes, and Lange met up with the practical problems of planning economy in Poland and other socialist countries, was he induced to accept in his research the macro scale method and abandon the micro economical point of view. At the same time the exchange and market problems began to give way to the theory of production and reproduction. The starting point for these problems were the Marx's schemata of reproduction.